MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI CĂLĂRAŞI

CONCURSUL NATIONAL „ION BARBU – DAN BARBILIAN”
EDITIA a IX-a 29-31 OCTOMBRIE 2004

Clasa a V-a

1. Calculaţi
   a) 111 + 122 + 133 + 144 + 155+ 166 + 177 + 188 + 199 =
   b) Cu cât este egal 1 + 2 + 3 + …+ 100 ?
   c) Calculaţi suma tuturor numerelor de forma $\overline{1ab}$ cu a şi b cifre distincte

2. Ana a reuşit să aşeze jetoanele numerotate 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 în căsuţele unui pătrat (cum este cel din figura 1), astfel încât suma numerelor de pe fiecare linie, de pe fiecare diagonală şi de pe fiecare coloană să fie acelaşi număr S.
   a) Care este numărul S?
   b) Cutremurul a deplasat jetoanele. Ana, sub impresia evenimentului, a plasat jetoanele la întâmplare. După ce s-a liniştit, a observat că numai jetoanele numerotate 10, 11 şi 12 erau aşezate corect. Reconstituiţi voi dispunerea iniţială (copiaţi şi completaţi figura2).

Figura 1

11		
		12
	10	

Figura 2

3. Un număr se numeşte „simpatic” dacă nu conţine cifre diferite de 1 şi 2 şi între două cifre identice (consecutive sau nu) nu se află o pereche de cifre identice.
   a) Precizaţi, fără a justifica răspunsul, care dintre următoarele numere sunt „simpatice”: 2, 12, 121, 2112, 1212
   b) Care este cel mai mic număr „simpatic” ?
   c) Care este cel mai mare număr „simpatic” ?

4. La un etaj al unui hotel, camerele sunt dispuse simetric de-a lungul unui culoar şi sunt numerotate de la un capăt la altul al culoarului pe o parte şi, în continuare, pe cealaltă parte, dar în sens invers. Dacă cel care locuieşte la camera 18 observă că vis-a-vis de camera sa se află camera cu nr. 63,
   a) aflaţi câte camere se află la etajul respectiv
   b) ce cameră se află vis-a-vis de camera cu numărul 33?

CONCURSUL NATIONAL „ION BARBU – DAN BARBILIAN”
EDITIA a IX-a 29-31 OCTOMBRIE 2004

Clasa a VII-a

IX.
1. Care sunt cele mai mici două numere naturale care împărţite la 10 dau restul 7?
2. Să se arate că printre numerele naturale care se termină cu cifra 7 nu există nici un pătrat perfect.
3. Să se găsească un cub perfect care se termină cu cifra 7.
4. Să se arate că mulţimea $A = \{4n + 2 \mid n \in \mathbf{N}\}$ nu conţine nici pătrate perfecte, nici cuburi perfecte.

X. Un joc pe calculator funcţionează după următoarele reguli:
1. Furnizează în ordine segmente de lungime 1, 2, 3,….
2. Jucătorul aşează segmentul pe care îl primeşte la capătul segmentului precedent, perpendicular, astfel încât să nu intersecteze în interior un alt segment. (jucătorul poate aşeza oricum primul segment - cel de lungime 1)
3. Jucătorul câştigă în momentul în care formează o linie frântă închisă.
   a) Să se indice o strategie de câştig după ce calculatorul îi furnizează primele 8 segmente (desenaţi configuraţia respectivă)
   b) Să se arate că jucătorul nu poate câştiga dacă îi sunt furnizate mai puţin de 8 segmente.

XI. Fie ABC şi BCD triunghiuri dreptunghice în B, respectiv C. Dacă $m(\angle A) = 15°$, $[BC] \equiv [CD]$, $BM \perp AC$ ($M \in AC$) şi $MN \perp BD$ ($N \in BD$), iar A şi D sunt în semiplane diferite determinate de BC se cere:
   a) Să se afle măsurile unghiurilor ABM şi BMN.
   b) Ce fel de patrulater este ABDC ? (Justificaţi răspunsul!)
   c) Dacă BN = 2 cm care este lungimea segmentului AC ?

CONCURSUL NATIONAL „ION BARBU – DAN BARBILIAN”
EDITIA a IX-a 29-31 OCTOMBRIE 2004

Clasa a VIII-a

I. Un joc pe calculator funcţionează după următoarele reguli:
1. Furnizează în ordine segmente de lungime 1, 2, 3,….
2. Jucătorul aşează segmentul pe care îl primeşte la capătul segmentului precedent, perpendicular, astfel încât să nu intersecteze în interior un alt segment. (jucătorul poate aşeza oricum primul segment - cel de lungime 1)
3. Jucătorul câştigă în momentul în care formează o linie frântă închisă.
   a) Să se indice o strategie de câştig după ce calculatorul îi furnizează primele 8 segmente (desenaţi configuraţia respectivă)
   b) Să se arate că jucătorul nu poate câştiga dacă îi sunt furnizate mai puţin de 8 segmente.

II.

a) Să se calculeze $\sqrt{0,99}$ cu două zecimale exacte.

b) Dacă $0 < x < 1$, atunci $0 < x^2 < x < \sqrt{x} < 1$

c) Să se arate că dacă $x = 1 - \frac{1}{10^{2004}}$, atunci primele 2004 zecimale ale numărului $\sqrt{x}$ sunt egale cu 9.

III. Se consideră un triunghi ABC şi un punct M în interiorul triunghiului. Înălţimile triunghiului ABC au lungimile h_a, h_b şi h_c şi $h_a \le h_b \le h_c$. Dacă $MD \perp BC$, $D \in BC$, $ME \perp AC$, $E \in AC$ şi $MF \perp AB$, $F \in AB$, atunci:

a) În cazul în care triunghiul ABC este echilateral, $MD + ME + MF = h_a$.

b) Să se arate că $\frac{MD}{h_a} + \frac{ME}{h_b} + \frac{MF}{h_c} = 1$.

c) Dacă $a, b, c > 0$, $a + b + c = 1$ şi $x, y, z \in \mathbf{R}$, $x \le y \le z$, să se arate că:
$$x \le ax + by + cz \le z.$$

d) Să se arate că $h_a \le MD + ME + MF \le h_c$

MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI CĂLĂRAŞI

CONCURSUL NATIONAL „ION BARBU – DAN BARBILIAN"
EDITIA a IX-a 29-31 OCTOMBRIE 2004

Clasa a VI-a

1. a) Să se găsească numerele naturale nenule x şi y astfel încât:
   2000 | x , 4 | y şi x+y = 2004.
   b) Să se găsească o pereche de numere naturale nenule x şi y astfel încât:
   3 | x , 3 | y şi x+y = 2004.
   c) Să se găsească numerele naturale nenule x şi y astfel încât:
   c.m.m.d.c. al lor este 334 şi x+y = 2004.
   d) Să se arate că nu există numere naturale x şi y astfel încât:
   x să fie divizibil cu 9, y să fie divizibil cu 16 şi 16x + 9y = 2004.

2. Un număr se numeşte „simpatic" dacă nu conţine cifre diferite de 1,2 şi 3 şi între două cifre identice (consecutive sau nu) nu se află o pereche de cifre identice.
   a) Precizaţi, fără a justifica răspunsul, care dintre următoarele numere sunt „simpatice": 3, 12, 13,131, 2332, 123123, 123213
   b) Care este cel mai mic număr „simpatic" ?
   c) Care este cel mai mare număr „simpatic" ?

3. Fie A, B, C, D patru puncte pe o dreaptă astfel încât AC = 3AB; CD = $\frac{BC}{2}$; $C \in (DB)$.
   a) Care este ordinea punctelor pe dreaptă ?
   b) Segmentele [AD] şi [BC] au acelaşi mijloc ?
   Justificaţi răspunsul.