INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI CĂLĂRAŞI

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN „ION BARBU – DAN BARBILIAN”

EDIŢIA a XII-a 7-9 DECEMBRIE 2007

Clasa a V-a

1.Într-un tabel cu 9 linii și 9 coloane se scriu în ordine ca în tabelul de mai jos numerele 1,2,3,...,81.

1	10							.
2	.							.
.	.							.
8	.							80
9	.							81

Se cere:

a) Care este numărul aflat la intersecția coloanei 5 cu linia 7?

b) Ce număr se află în centrul tabelului?

c) Rearanjați numerele în tabel astfel încât pe coloana 1 unul din numere să fie egal cu suma celorlalte numere din coloană. Se poate completa tabelul astfel încât fiecare coloana să respecte regula de mai sus ?

Constantin Berbecel, Călărași

2.Fie mulțimile $A=\left\{x \middle| x\in\mathbb{N}^*, x\le 2^6\right\}$ și $B=\left\{y \middle| y\in\mathbb{N}, 2^n\le y<2^7, n\in\mathbb{N}\right\}$.

a) Determinați numărul de elemente din mulțimea A.

b) Pentru $n=5$ aflați $A\bigcup B, A\bigcap B$ și $A\setminus B$.

c) Aflați $n\in\mathbb{N}$ astfel încât mulțimile A și B să aibă același număr de elemente.

Sorin Furtună, Călărași

3.Se numeşte număr „simetric” un număr de forma $\overline{abcba}$, unde a, b, c sunt cifre distincte. De exemplu, 25752 este număr „simetric”, dar 25252 nu este număr „simetric”, deoarece a = c.

a) Aflaţi cel mai mic şi cel mai mare număr simetric.

b) Calculaţi suma tuturor numerelor „simetrice” divizibile cu 5 care au suma cifrelor 27.

c) Câte numere „simetrice” există? Justificaţi răspunsul.

Adriana Olaru, Călărași

4. Se consideră şirul de numere naturale : $1,2,2,3,3,3,4,4,4,4,5,5,5,5,5,...,\underbrace{100,100,...,100}_{100\,termeni}$)

a) Să se determine numărul de termeni ai şirului

b) Fie S suma tuturor termenilor şirului . Să se demonstreze că numărul n = S - 3 nu este pătrat perfect.

Relu Ciupea, Olteniţa

Clasa a VI-a

1.Într-o sală de spectacole sunt 2008 locuri, de la 1 la 2008, pe care stau tot atâția spectatori. Se știe că doi spectatori sunt prieteni dacă numărul locului unuia divide numărul locului celuilalt.

a) să se determine câți prieteni are spectatorul de pe locul 2007 ;
b) există un spectator prieten cu toți ceilalți ?
c) există spectatori fără nici un prieten ?
d) câți prieteni are spectatorul de pe locul 2008 ?

Eugenia Vlad, Călărași

2.Se consideră cinci puncte distincte .
a) Care este cel mai mic număr de drepte determinate de câte cel puțin două dintre aceste puncte și în ce situație se obține?
b) Care este cel mai mare număr de drepte determinate de câte cel puțin două dintre aceste puncte și în ce situație se obține?
c) Să se arate că aceste puncte nu pot determina exact nouă drepte.

Tatiana Marinache, Călărași

3.Fie punctele coliniare A_1, A_2, A_3,..., A_{100} astfel încât A_1A_2 = 1 cm, A_2A_3 = 2 cm, A_3A_4 = 3 cm,..., $A_{99}A_{100}$ = 99 cm. Calculaţi lungimile segmentelor $[A_1A_{100}]$, $[A_{10}A_{50}]$, $[A_{40}A_{60}]$ şi [MP], unde M este mijlocul segmentului $[A_{10}A_{50}]$ iar P este mijlocul segmentului $[A_{40}A_{60}]$.

Adriana Olaru, Călărași

4.Fie unghiurile adiacente complementare $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$, $[OD$ -bisectoarea unghiului $\sphericalangle BOC$ și $[OE$ -bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOD$.Știind că masura lui $\sphericalangle BOD$ este egală cu 10° să se afle:

a) măsura unghiului $\sphericalangle AOE$;

b) măsura unghiului $\sphericalangle AOF$, unde $[OF$ este opusa semidreptei $[OD$.

Adriana Constantin, Călărași

Clasa a VII-a

1. Fie $ABCD$ un paralelogram în care $AB = 3AD$. Fie $E, F \in (AB)$ astfel încât $AE = EF = FB$. Dacă $DE \cap CF = \{M\}$, bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle DAB$, respectiv $\sphericalangle ABC$ se intersectează în N, și $AN \cap DE = \{P\}$ iar $BN \cap CF = \{R\}$ se cere:

a)Să se arate că $MPNR$ este dreptunghi.

b)Dacă aria paralelogramului $ABCD$ este de $18cm^2$ aflați aria patrulaterului $MENF$.

Constantin Berbecel, Călărași

2. Dacă $\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_2}{a_3} = ... = \frac{a_{2006}}{a_{2007}} = \frac{a_{2007}}{a_1}$ și $\sqrt{a_1 \cdot a_2 \cdot ... \cdot a_{2007}} = 3^{1003} \cdot \sqrt{3}$ unde $a_1, a_2, ..., a_{2007}$ sunt numere raționale strict pozitive să se afle $a_1, a_2, ..., a_{2007}$.

Aurelia Cațaros, Călărași

3. Fie $A = \{1, 2, ..., 2010\}$.

a)Să se arate că $1 + 2010 = 2 + 2009 = 3 + 2008 = ... = 1005 + 1006$.

b)Câte grupe de cîte 2 numere putem forma din elementele mulțimii A, fără a repeta un element.

c)Să se calculeze suma elementelor mulțimii A.

d)Putem împărți elementele mulțimii A în grupe disjuncte două câte două astfel încât în fiecare grupă cel mai mare element să fie egal cu suma celorlalte elemente din grupă?

Lavinia Savu,București

4. Se colorează punctele planului în 4 culori folosind toate cele 4 culori. Să se arate că există o dreaptă pe care se găsesc cel puțin 3 puncte de culori diferite.

Maria Pop, Cluj

Clasa a VIII-a

1. a) Să se arate că $\dfrac{m}{n(n+2)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{m}{n}-\dfrac{m}{n+2}\right) \quad (\forall)\, m,n\in\mathbb{N}^*$

b) Fie numerele : A = $\dfrac{2007}{1\cdot 3}+\dfrac{2005}{3\cdot 5}+\dfrac{2003}{5\cdot 7}+\ldots+\dfrac{1}{2007\cdot 2009}$ şi

$B=\dfrac{2}{3}+\dfrac{4}{5}+\dfrac{6}{7}+\cdots+\dfrac{2006}{2007}+\dfrac{1004}{2009}$. Să se arate că A = B

Relu Ciupea, Olteniţa

2.Fie trapezul dreptunghic $ABCD$, $AB \parallel CD$ cu măsura $\sphericalangle ABC$ de 60° şi $BC=40cm$. Pe perpendiculara în B pe planul trapezului se consideră punctul P astfel încât $BP=10cm$. Bisectoarea $\sphericalangle PBC$ intersectează PC în M, $CE\perp AB, E\in[AB]$ şi $BN\perp PE, N\in[PE]$.

a) Să se arate că $CE\perp PE$.

b) Să se arate că $MN \parallel (PAD)$.

c) Să se arate că patrulaterul $CMNE$ este trapez dreptunghic și calculați aria lui.

Sorin Furtună, Călărași

3. Fie $S_n=1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2^2}+\ldots+\dfrac{1}{2^n}, n\in\mathbb{N}^*$ și fie $A=\left\{2^k \,\middle|\, k\in\mathbb{N}\right\}$.

a)Să se arate că $S_n-\dfrac{1}{2}S_n=1-\dfrac{1}{2^{n+1}}$.

b)Să se arate că $S_n=2-\dfrac{1}{2^n}$

c)Să se arate că oricare ar fi $a_1,a_2,\ldots,a_n\in A$ cu $a_1<a_2<\ldots<a_n \Rightarrow \dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\ldots+\dfrac{1}{a_n}<2$.

Lavinia Savu, București

4. Fie d o dreaptă în spațiu și A și B două puncte care nu sunt pe dreaptă. Să se determine poziția punctului $M_0\in d$ cu proprietatea $M_0A+M_0B\le MA+MB$ pentru orice $M\in d$.

Maria Pop, Cluj