

# INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI CĂLĂRAȘI

## CONCURSUL INTERJUDEȚEAN „ION BARBU – DAN BARBILIAN”

EDIȚIA a XIII-a, 24-26 OCTOMBRIE 2008

### Clasa a V – a

1. Aflați numărul maxim de pagini ale unei cărți, știind că cifra 3 s-a folosit la numerotarea paginilor sale de 71 de ori.

Gazeta Matematică nr.9/2008

2. Determinați numărul natural de șase cifre, știind că punându-i în stânga cifra 3 se obține un număr de două ori mai mare decât dacă am pune cifra 7 în dreapta numărului.

Gazeta Matematică nr.9/2008

3. Un număr natural se numește „deștept” dacă este format din cifre distincte nenule, a căror sumă este un număr care are ultima cifră 0.

a) Determinați cel mai mic număr „deștept”

b) Determinați cel mai mare număr „deștept”

prof. *Georgeta Cioboată* , Călărași

4. Un joc pe calculator funcționează astfel : pe ecranul monitorului se afișează un pătrat format din nouă căsuțe cu numere naturale scrise în fiecare căsuță . La primul pas al algoritmului este afișat pătratul:

0	0	0
0	0	0
0	0	0

Calculatorul selectează la fiecare pas ulterior , un pătrat format din patru căsuțe alăturate și mărește cu o unitate numerele situate în interiorul lor. Astfel, la pasul doi se obține :

1	1	0
1	1	0
0	0	0

Algoritmul continuă până la pasul 2009 când este afișat pătratul :

408	a	450
b	c	d
650	e	500

Să se determine numerele a, b, c, d, e.

prof. *Relu Ciupea*, Oltenița

INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI CĂLĂRAȘI

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN „ION BARBU – DAN BARBILIAN”

EDIȚIA a XIII-a, 24-26 OCTOMBRIE 2008

**Clasa a VI - a**

1. Arătați că un număr de 6 cifre de forma  $\overline{abaaba}$  este divizibil cu 1001.  
Gazeta Matematică nr.9/2008

2. Fie numărul natural  $a = 253941253941\dots$  care are 100 de cifre.
- Care este ultima cifră a numărului  $a$ ?
  - Câte cifre trebuie șterse de la dreapta spre stânga astfel încât să se obțină un multiplu de 4?
  - Care este cel mai mare multiplu de 3 obținut prin ștergerea unor cifre ale numărului dat?

prof. *Sorin Furtună*, Călărași

3. Se aranjează numerele naturale nenule astfel:

Linia 1: 1

Linia 2: 2 3

Linia 3: 4 5 6

Linia 4: 7 8 9 10

.....

- Scrieți numerele de pe linia 10.
- Găsiți primul și ultimul element de pe linia 2008.
- Arătați că suma dintre primul și ultimul element de pe linia  $n$  este  $n^2 + 1$ , oricare ar fi  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ .

prof. *Adriana Olaru*, Călărași

4. Fie numărul natural  $a = 3^n$ ,  $n \geq 3$ ,  $n$  impar.

- Arătați că  $a$  nu poate fi pătrat perfect.
- Scrieți numărul  $a$  ca sumă a trei numere impare consecutive.
- Arătați că numărul  $a$  se poate scrie ca diferența a două pătrate perfecte.

prof. *Eugenia Vlad*, Călărași

# INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI CĂLĂRAȘI

## CONCURSUL INTERJUDEȚEAN „ION BARBU – DAN BARBILIAN”

EDIȚIA a XIII-a, 24-26 OCTOMBRIE 2008

### Clasa a VII - a

1. La un turneu de tenis se întâlnesc pentru a susține o partidă doi jucători. Se știe că este declarat învingător acela dintre ei care câștigă primul 2 seturi. Un jucător câștigă un set dacă:

i) a câștigat primul 6 gameuri;

ii) diferența de scor dintre el și celălalt este de minim 2 gameuri.

În cazul în care ultima condiție nu este îndeplinită, atunci pentru a câștiga setul un jucător trebuie să fie primul care câștigă 7 gameuri.

a) Care este numărul minim de gameuri jucate pentru ca un jucător să câștige meciul?

b) Care este numărul maxim de gameuri jucate pentru ca un jucător să câștige meciul?

c) Dacă în primul set jucat s-au disputat 6 gameuri, atunci în câte moduri ar fi putut evolua scorul?

Prezentăm mai jos un mod de evoluție a scorului:

Jucător1	0	1	1	2	3	3	3
Jucător2	0	0	1	1	1	2	3

prof. *Dan Marinache*, Călărași

2. Se consideră triunghiul ABC, P un punct situat în interiorul său și M, N, Q mijloacele laturilor BC, AC, respectiv AB. Fie A', B', C' simetricile punctului P față de punctele M, N respectiv Q.

a) Demonstrați că patrulatele ABA'B', BCB'C', CAC'A' sunt paralelograme.

b) Să se arate că dreptele AA', BB' și CC' sunt concurente.

c) Să se demonstreze că dacă cel puțin două dintre patrulatele de la punctul a) sunt dreptunghiuri, atunci punctul P este ortocentrul triunghiului ABC.

prof. *Relu Ciupea*, Oltenița

3. Pe latura (BC) a rombului ABCD se consideră punctul E și  $\{F\} = AE \cap CD$ .

Bisectoarele unghiurilor  $\angle EAB$  și  $\angle EAD$  intersectează diagonala (BD) în M și P. Fie  $\{N\} = ME \cap PF$ . Ordinea pe (BD) este : B - M - P - D.

a) Arătați că ME este bisectoarea unghiului  $\angle AEB$ .

b) Arătați că AMNP este paralelogram.

c) Demonstrați că AMNP nu poate fi nici dreptunghi, nici romb.

prof. *Aurelia Cațaros*, prof *Adriana Constantin*, Călărași

4. Să se determine numerele naturale  $n$  și  $p$  pentru care numerele

$p, p+3^n, p+3^{n+1}, p+3^{n+2}, p+3^{n+3}$  sunt numere prime.

prof. *Maria Pop*, Cluj

INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI CĂLĂRAȘI

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN „ION BARBU – DAN BARBILIAN”

EDIȚIA a XIII-a, 24-26 OCTOMBRIE 2008

**Clasa a VIII - a**

1. Arătați că nu există numere reale  $x$ , astfel încât :

$$\left| x - \sqrt{3} \right| + \left| x - \frac{3}{2} \right| = x - 2 .$$

Gazeta Matematică nr.9/2008

2. Să se construiască o mulțime de numere întregi care are exact 4 elemente, astfel încât media aritmetică a elementelor din orice submulțime a ei care are cel puțin 2 elemente să fie număr întreg.

prof. *Nela Costache*, Călărași

3. Se dă triunghiul isoscel ABC, cu  $AB = AC = a$ , D piciorul înălțimii din A și, în exteriorul său, pătratul ACEF. Fie M piciorul perpendicularei din A pe BF și N punctul de intersecție al paralelei prin M la AC cu dreapta BE.

a) Aflați natura patrulaterului MNDP, unde P este mijlocul segmentului [AB] și calculați perimetrul său în funcție de  $a$ .

b) Dacă măsura unghiului ACB este de  $75^\circ$ , calculați în funcție de  $a$  aria patrulaterului AMNC.

prof. *Sorin Furtună*, Călărași

4. Fie poligonul regulat  $A_1A_2\dots A_n$ . Să se determine numărul maxim de elemente ale unei mulțimi  $M \subset \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  astfel ca nici unul din triunghiurile ale căror vârfuri sunt elemente ale mulțimii M să nu fie triunghi echilateral.

prof. *Vasile Pop*, Cluj