INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEȚULUI CĂLĂRAŞI

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN „ION BARBU – DAN BARBILIAN” EDIȚIA a XIV-a, 23-25 OCTOMBRIE 2009

Clasa a V – a

1. Un număr natural se numește ,,barbilian” dacă are trei cifre și cifra din mijloc este egală cu suma dintre prima cifră și ultima cifră (de ex. 352 unde 5=3+2, 440 unde 4=4+0 sau 363 unde 6=3+3).

a) Calculați diferența dinte cel mai mare număr ,,barbilian” și cel mai mic număr ,,barbilian”.

b) Câte numere numere ,,barbiliane” sunt ? (justificați răspunsul)

prof. Viorica Stoianovici, Călărași

2. a) La o petrecere au fost 38 de băieți și fete. Marius a adus flori pentru 5 fete, Radu a adus flori pentru 6 fete, Șerban a adus flori pentru 7 fete și așa mai departe, ultimul băiat aducând flori pentru toate fetele. Câte fete au fost la petrecere ? (justificați răspunsul)

b) Toți cei 120 de elevi ai unei școli studiază limba engleză sau limba franceză. Se știe că 95 de elevi studiază limba engleză, iar 55 de elevi studiază limba franceză. Câți elevi studiază numai limba engleză ? (justificați răspunsul)

G.M. – B nr. 7-8-9/2009

3. Mihai este un bun jucător de șah. El a participat la un concurs unde au fost invitați cei mai buni șahiști din oraș. Concursul s-a desfășurat in două etape. După prima etapă, observând rezultatele parțiale, Mihai a constatat că numărul jucătorilor clasați înaintea lui reprezenta jumătate din numărul jucătorilor clasați după el. În a doua etapă Mihai a jucat mai bine; el a reușit să depășească patru dintre jucătorii care erau clasați înaintea lui, după prima etapă, dar a fost depășit de doi dintre cei clasați după el, astfel că, la sfârșitul concursului, rezultatele finale arătau că numărul jucătorilor clasați înaintea lui Mihai reprezenta un sfert din numărul jucătorilor clasați după el.

a) Pe ce loc a terminat Mihai concursul ? (justificați răspunsul)

b) Câți jucători au participat la concurs ? (justificați răspunsul)

prof. Relu Ciupea, Oltenița, Călărași

4. Cele 6 fețe ale unui cub se numerotează arbitrar cu numerele de la 1 la 6. Se poate face o numerotare astfel încât suma numerelor de pe fiecare din cele trei fețe care au un vârf comun să fie aceeași pentru toate vârfurile ?

prof. Vasile Pop, Cluj

INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEȚULUI CĂLĂRAŞI

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN „ION BARBU – DAN BARBILIAN”
EDIȚIA a XIV-a, 23-25 OCTOMBRIE 2009

Clasa a VI – a

1. Un număr natural se numește ,,barbilian” dacă are cinci cifre iar cifra din mijloc este egală cu suma dintre prima cifră și ultima și cu suma dintre a doua cifră și penultima (de exemplu, 31764 , 7=3+4=1+6 sau 42420, 4=4+0=2+2).

   a) Arătați că orice număr ,,barbilian” este divizibil cu 3.

   b) Câte numere numere ,,barbiliane” sunt ? (justificați răspunsul)

prof. Viorica Stoianovici, Călărași

2. a) Găsiți două numere prime *p* și *q* astfel încât $p + p \cdot q = 2010$.

prof. Eugen Predoiu, Călărași

   b) La un concurs de matematică sunt premiați 10 concurenți, cu sume diferite de bani. Fiecare dintre primii opt premianți primește cât următorii doi clasați. Aflați ce sumă de bani s-a folosit, dacă primul clasat a primit 280 lei.

prof. Luminița Bucureșteanu, Călărași

3. a) Să se arate că nu există trei numere naturale *a*, *b* și *c* diferite două câte două astfel încât $2^a + 2^b + 2^c = 2^{2009}$.

prof. Adriana Constantin, Călărași

   b) Aflați numerele naturale a, b, c cu $a < b \leq c$ astfel încât $2^a + 2^b + 2^4 \cdot 5^c = 2009$.

G.M. – B nr. 7-8-9/2009

4. a) Cele 6 fețe ale unui cub se numerotează arbitrar cu numerele de la 1 la 6. Se poate face o numerotare astfel încât suma numerelor de pe fiecare din cele trei fețe care au un vârf comun să fie aceeași pentru toate vârfurile?

   b) Cele 12 muchii ale unui cub se numerotează arbitrar cu numerele de la 1 la 12. Se poate face o numerotare astfel încât suma numerelor de pe fiecare din cele trei muchii care un vârf comun să fie aceeași pentru toate vârfurile?

prof. Vasile Pop, Cluj

INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEȚULUI CĂLĂRAŞI

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN „ION BARBU – DAN BARBILIAN”
EDIȚIA a XIV-a, 23-25 OCTOMBRIE 2009

Clasa a VII – a

1. a) Fie $A \subset Z$ o mulțime cu 2009 elemente astfel încât dacă $x \in A$ atunci $-x \in A$. Determinați produsul elementelor mulțimii *A*.

b) Pentru ce valori ale numărului natural *n*, numărul $s = \frac{1}{3} + \frac{n}{2} + \frac{n^2}{6}$ este natural?

G.M. – B nr. 7-8-9/2009

2. Se consideră șirul de numere naturale : 101 , 10101 , 1010101 , ... , $\underbrace{1010101\ldots01}_{2010 \text{ cifre de } 1}$.

a) Calculați diferența între al șaselea și al patrulea termen al șirului.
b) Demonstrați că cel puțin unul dintre termenii șirului este divizibil cu 2009.

prof. Relu Ciupea, Oltenița, Călăraşi

3. Fie *ABCD* un dreptunghi și *E* un punct pe diagonala (*AC*). Dacă *M*, *N*, *P*, *Q* sunt simetricele punctului *E* față de dreptele *AB*, *BC*, *CD*, *DA*, să se determine poziția punctului *E* astfel încât perimetrul poligonului *MNPQ* să fie minim .

prof. Gheorghe Stoianovici, Călărași

4. În triunghiul isoscel *ABC*, *AB=AC*, se consideră punctele $M \in (AC)$ și $N \in [AB$, cu *B* între *A* și *N*. Dacă $MN \cap BC = \{O\}$ și $OP \perp MN$, cu $P \in [AC$, arătați că *MC=BN* dacă și numai dacă $[PO$ este bisectoarea unghiului $\angle MPN$.

prof. Sorin Furtună, Călărași

INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEȚULUI CĂLĂRAŞI

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN „ION BARBU – DAN BARBILIAN"
EDIȚIA a XIV-a, 23-25 OCTOMBRIE 2009

Clasa a VIII – a

1. a) Arătați că: $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\ \cdots\ \cdot\frac{2007}{2008}<\frac{1}{\sqrt{2009}}$.

prof. Adriana Olaru, Călărași

b) Arătați că oricare ar fi numerele reale a_1, a_2, a_3,... a_{2009} cel puțin unul dintre numerele $a_1-a_2^2, a_2-a_3^2, a_3-a_4^2,\ldots, a_{2008}-a_{2009}^2, a_{2009}-a_1^2$ nu este strict mai mare decât $\frac{1}{4}$.

prof. Aurelia Cațaros, Călărași

2. Se consideră numărul $N=\frac{1}{9}+\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\cdots+\frac{1}{32}$. Numărul N se scrie sub formă de fracție ireductibilă $\frac{p}{q}$, $p,q\in N, q\neq 0$.

a) Să se arate că p este divizibil cu 41.
b) Să se determine cel mai mare număr natural n cu proprietatea că 2^n divide q.

prof. Georgeta Cioboată, Călărași

3. Se consideră triunghiul ABC cu $A=90^\circ$ și $C=30^\circ$. Fie $D\in(BC), P\in(AB)$, astfel încât $\frac{BD}{DC}=\frac{1}{3}$, $\frac{AP}{PB}=\frac{3}{2}$ și E piciorul bisectoarei unghiului B. Să se arate că CP, AD, BE sunt concurente.

G.M. – B nr. 7-8-9/2009

4. Fie $ABCD$ un pătrat de latură 2. Pe laturile AB, BC, CD, DA se iau punctele A_1 și A_2, B_1 și B_2, C_1 și C_2, D_1 și D_2, astfel ca:
$AA_1<AA_2<1,\ BB_1<BB_2<1,\ CC_1<CC_2<1,\ DD_1<DD_2<1$.
Să se arate că:

a) Aria patrulaterului $A_1B_1C_1D_1$ este mai mare ca aria patrulaterului $A_2B_2C_2D_2$.
b) Perimetrul patrulaterului $A_1B_1C_1D_1$ este mai mare ca perimetrul patrulaterului $A_2B_2C_2D_2$.

prof. Vasile Pop, Cluj