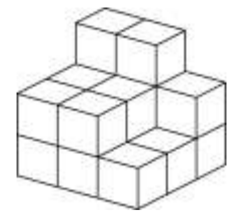
CONCURSUL INTERNAŢIONAL „ION BARBU - DAN BARBILIAN”

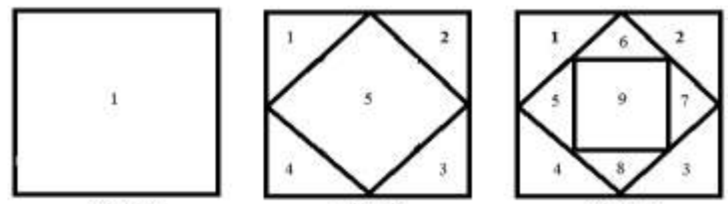
Ediţia a XVII - a, Călăraşi, 26 - 28 octombrie 2012

Clasa a V–a



Problema 1. a) Mai multe cuburi au fost lipite între ele așa cum se vede în figura alăturată. Câte dintre fețele acestor cuburi au lipici pe ele ?

Un joc pe calculator funcționează astfel: la fiecare pas se desenează un pătrat în pătratul din centru figurii precedente și se scriu numere în fiecare din regiunile formate. După primii 3 pași au fost afișate următoarele figuri:



pasul 1 *pasul 2* *pasul 3*

Se observă că în *pasul 1* în interiorul pătratului este scris numărul 1, în *pasul 2* în interiorul pătratului desenat este scris numărul 5, în *pasul 3* în interiorul noului pătrat desenat este scris numărul 9.

b) Desenați figura din *pasul 4* și completați cu numerele corespunzătoare.

c) Ce număr are pasul în care interiorul noului pătrat desenat conține numărul 2013? Justifică răspunsul.

Adriana Constantin, Călărași

Problema 2. a) Elevii unei clase primesc un pătrat cu 5 linii și 5 coloane, ca în figura alăturată, în care sunt deja scrise câteva numere. Pătratul trebuie completat numai cu numerele 1, 2, 3, 4, 5, astfel încât fiecare număr să apară o singură dată pe orice linie, coloană sau diagonală a pătratului. Cum arată pătratul completat integral?

3	4			5
2				
	1			
				4

Relu Ciupea, Olteniţa

b) Aceeași elevi primesc câte un șnur. Fiecare șnur are lungimea, măsurată în metri, un număr natural mai mare decât unu. Elevii trebuie să taie șnurul în bucăți pe care vor fi puse medaliile acordate premianților la concursul *„Ion Barbu - Dan Barbilian”*. Dacă fiecare bucată tăiată are lungimea un metru, s-au făcut 173 de tăieturi şi s-au obţinut 201 bucăţi, câţi elevi sunt în clasă? Justifică răspunsul.

Sorin Furtună, Călărași

Problema 3. În anul 1923 Dan Barbilian a participat în Anglia la o conferinţă internaţională. Cu acest prilej l-a întâlnit pe mai vârstnicul său prieten, celebrul scriitor englez Kipling, laureat al premiului Nobel pentru literatură şi autor al povestirilor reunite sub denumirea Cartea Junglei. Organizatorul conferinţei, dorind să ştie diferenţa de vârstă dintre cei doi, a primit următoarele răspunsuri:

Kipling - Ce repede trece timpul! Acum două zile încă aveam 56 de ani, iar la anul împlinesc 59 de ani.

Dan Barbilian - Diferenţa dintre anii in care ne-am născut este 30.

a) Determinaţi data şi anul naşterii lui Kipling.

b) Aflaţi anul naşterii lui Dan Barbilian şi vârsta sa la data conferinței ştiind că este născut în luna martie.

Gina Cioboată, Călărași

Problema 4. Un bloc în formă de cub este format din 27 de camere identice. Cu excepția camerei centrale, care este inaccesibilă, se poate trece din orice cameră în orice cameră vecină (două camere sunt vecine dacă au un perete comun pe orizontală sau verticală).

Poate cineva să viziteze toate camerele accesibile trecând o singură dată prin fiecare ? Justifică răspunsul.

Vasile Pop, Cluj

Succes

CONCURSUL INTERNAŢIONAL „ION BARBU - DAN BARBILIAN”

Ediţia a XVII - a, Călăraşi, 26 - 28 octombrie 2012

Clasa a VI – a

Problema 1. a) Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația $13ab+11c=143$.

Gabriela Ruse, Călărași

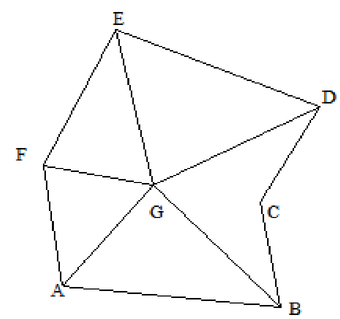
b) Determinați trei numere prime *a*, *b*, *c*, pentru care este adevărată egalitatea $30a+7b+35c=2012$.

Eugen Predoiu, Călărași

c) Fie A o submulţime a lui $\mathbb{N}$ cu proprietăţile: P_1) dacă $x \in A$ atunci $8x-2 \in A$; P_2) dacă $8x+3 \in A$ atunci $x \in A$ și P_3) $27 \in A$. Arătați că $174 \in A$.

Gina Cioboată, Călărași

Problema 2. a) Figura alăturată reprezintă o rețea de căi ferate care leagă localitățile *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*. Aceste localități se numesc „*noduri de cale ferată*”. Localitate *X* este *legată* de localitatea *Y* dacă se poate ajunge, pe calea ferată, de la *X* la *Y* fără să se treacă printr-o altă localitate (de exemplu localitatea *A* este legată de localitățile *B*, *G* și *F*; *C* este legată de *B* și *D* etc.) O localitate se va numi „*nod impar*” dacă suma lungimilor căilor ferate până la localitățile de care *legată* este un număr impar, respectiv „*nod par*” dacă suma lungimilor căilor ferate până la localitățile de care *legată* este un număr par. Distanța dintre oricare două dintre localitățile *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, măsurată în kilometri pe calea ferată, este un număr natural. Să se arate că localitățile nu pot fi toate „*noduri impare*”.



b) Un număr natural n se numește „*puternic*” dacă există $x, y \in \{0, 1, 2, ..., 100\}$ astfel încât $n = 3^x \cdot 5^y$. Să se demonstreze că în orice mulțime formată din 5 numere „*puternice*” există două numere al căror produs este pătrat perfect.

Relu Ciupea, Oltenița

Problema 3. a) Să de determine mulțimea $M = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 5x + 7y = 1\}$.

b) Să se determine cel mai mare număr natural n care nu poate fi scris sub forma $n = 5x + 7y$ unde $x, y \in \mathbb{N}$. Justifică răspunsul.

Maria Pop, Cluj

Problema 4. Un bloc în formă de cub este format din 27 de camere identice. Cu excepția camerei centrale, care este inaccesibilă, se poate trece din orice cameră în orice cameră vecină (două camere sunt vecine dacă au un perete comun pe orizontală sau verticală).

a) Pot fi împărțite cele 26 de camere accesibile în 13 perechi de câte două camere vecine? Justifică răspunsul.

b) Poate cineva să viziteze toate camerele accesibile trecând o singură dată prin fiecare? Justifică răspunsul.

Vasile Pop, Cluj

Succes

CONCURSUL INTERNAŢIONAL „ION BARBU - DAN BARBILIAN”

Ediţia a XVII - a, Călăraşi, 26 - 28 octombrie 2012

Clasa a VII – a

Problema 1. a) Dacă $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{2012} \in \mathbb{Q}_+$ şi $\frac{1}{a_1+1}+\frac{2}{a_2+2}+\frac{3}{a_3+3}+\ldots+\frac{2012}{a_{2012}+2012}=2011$, calculaţi $\frac{a_1}{a_1+1}+\frac{a_2}{a_2+2}+\ldots+\frac{a_{2012}}{a_{2012}+2012}$.

Luminiţa Bucureşteanu, Călăraşi

b) Determinaţi numerele prime a, b, c cu proprietatea: $\frac{2b-a}{12}=\frac{c-b}{6}=\frac{c-2a}{3}$.

Adriana Olaru, Călărași

Problema 2. a) Fie ΔABC și punctele *D*, *E*, *F*, și *G* astfel încât $D \in (AC)$, $E \in (AB)$, $F \in (DE)$, $G \in (BE)$, dacă $[AB] \equiv [AC]$, $[BC] \equiv [BD]$, $[EB] \equiv [ED]$, $[BD] \equiv [BF]$, $[GB] \equiv [GF]$ şi $FG \perp AB$ determinați măsura unghiului *BAC*.

Viorica Stoianovici, Călăraşi

b) Fie paralelogramul *ABCD* cu $AB = BD$ şi $AB \perp BD$. Dacă $E \in (AD)$ astfel încât $DE = AB$, $CE \cap BD = \{M\}$ şi $CE \cap AB = \{N\}$ arătaţi că $AN = DM$.

Sorin Furtună, Călărași

Problema 3. a) Dacă $n \in \mathbb{N}^*$ să se calculeze că suma primelor *3n* zecimale ale numărului $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{10n}$.

b) Arătaţi că $\frac{1}{5}+\frac{1}{11}+\frac{1}{19}+\ldots+\frac{1}{2012^2+2011}>\frac{1}{2}$.

Gheorghe Fianu, Ştefan cel Mare

c) Un bloc în formă de cub este format din 27 de camere identice. Cu excepția camerei centrale, care este inaccesibilă, se poate trece din orice cameră în orice cameră vecină (două camere sunt vecine dacă au un perete comun pe orizontală sau verticală).

Poate cineva să viziteze toate camerele accesibile trecând o singură dată prin fiecare ? Justifică răspunsul.

Vasile Pop, Cluj

Problema 4. Fie *ABCD* un trapez cu bazele $AB \| CD$ cu bazele şi *AB*= 2*DC*. Dacă *E* este mijlocul laturii *AD* să se arate că perimetrul triunghiului *BCE* este mai mic decât perimetul triunghiului *ABD*.

Vasile Pop, Cluj

Succes

CONCURSUL INTERNAŢIONAL „ION BARBU - DAN BARBILIAN"

Ediţia a XVII - a, Călăraşi, 26 - 28 octombrie 2012

Clasa a VIII – a

Problema 1. **a)** Să se rezolve în mulţimea numerelor întregi ecuaţia $x^4 - y^4 = 16$.

b) Să se determine cel mai mare număr natural *n* pentru care $\dfrac{n^2 - 2012}{n+1} \in \mathbb{Z}$.

c) Găsiţi numerele reale *a* şi *b* dacă $\max\left\{a^2 - b + 1,\ b^2 + a + 1\right\} \le \dfrac{3}{4}$.

Aurelia Cațaros și Gabriela Ruse, Călăraşi

Problema 2. **a)** Dacă *M* este mijlocul laturii (*BC*) a triunghiului *ABC*, *P* un punct pe dreapta *AC* astfel încât $C \in (AP)$, $CP = \dfrac{1}{2}AC$, $MP \cap (AB) = \{D\}$ şi $AM \cap BP = \{Q\}$ arătaţi că $3BQ = 2PQ$.

Adriana Olaru, Călărași

b) Se consider 835 de puncte în plan $M_1, M_2, ..., M_{835}$ şi un pătrat de latură 1. Să se arate că există două vârfuri adiacente *A* şi *B* ale pătratului astfel încât suma perimetrelor triunghiurilor $AM_1B, AM_2B, ..., AM_{835}B$ să fie mai mare decât 2012.

Vasile Pop, Cluj

Problema 3. Dacă *ABCD* este un trapez cu bazele $AB \| CD$, *M* mijlocul laturii *AB*, *N* mijlocul laturii *DC*, *P* mijlocul diagonale *AC* şi *Q* mijlocul diagonalei *BD* atunci să se arate că sunt echivalente următoarele afirmaţii:

a) $MN = PQ$;

b) $AD \perp BC$;

c) $AB^2 + CD^2 - AD^2 - BC^2 = 2AB \cdot CD$.

Vasile Pop, Cluj

Problema 4. Dacă *ABCD* este un trapez cu bazele $AD \| BC$ şi centrul cercului înscris în triunghiul *ABC* coincide cu ortocentrul triunghiului *BCD* arătaţi că *AB*+*AC*=2*BC*.

***

Succes