

**8th MATHEMATICAL DANUBE COMPETITION
JUNIORS**

1. a) Arătați că, oricare ar fi $a, b, c \in \mathbb{N}$, numerele $ab+1$, $bc+1$ și $ca+1$ nu pot fi simultan pătrate perfecte pare.

b) Arătați că există o infinitate de numere naturale distincte două câte două a , b , c și d , astfel încât numerele $ab+1$, $bc+1$, $cd+1$ și $da+1$ să fie simultan pătrate perfecte.

2. Se consideră numărul natural prim p , $p > 5$. Din scrierea zecimală a numărului $\frac{1}{p}$ se elimină la întâmplare 2012 cifre, aflate după virgulă. Arătați că numărul rămas poate fi reprezentat sub forma $\frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere naturale prime între ele, iar b este multiplu al lui p .

3. Se consideră triunghiul ABC cu $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$. Bisectoarea unghiului \widehat{ACB} intersectează segmentul (AB) în punctul E . Dacă există $D \in (CE)$ astfel încât $m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{BDE}) = x^\circ$, calculați x .

4. Fie A o submulțime cu șapte elemente a mulțimii $\{1, 2, 3, \dots, 26\}$. Arătați că există două submulțimi distincte ale lui A , având aceeași sumă a elementelor lor.