

Probleme recapitulative

1. Trei hoți, A, B, C, au împărțit între ei, în mod egal, o sumă de bani furată. După aceea, A și B fură de la C jumătate din suma acestuia și o împart în mod egal între ei; apoi B și C fură de la A jumătate din suma acestuia și o împart în mod egal între ei; în sfârșit, A și C fură de la B jumătate din suma acestuia și o împart în mod egal între ei.
 - a) Care dintre hoți are în final cei mai mulți bani?
 - b) Dacă B a rămas în final cu 1000 de lei, care a fost suma furată inițial de cei trei hoți?
2. Pentru premiarea elevilor la un concurs de matematică s-au cumpărat 30 de obiecte cu prețul de 5 lei, 30 lei, și, respectiv, 10 lei. Știind că s-a cheltuit suma de 200 de lei, să se afle câte obiecte din fiecare fel s-au cumpărat.
3. Într-o familie de 4 persoane, suma vârstelor acestora este de 97 de ani. Băiatul s-a născut când tatăl avea 23 ani, iar fata s-a născut când mama avea 22 de ani și fratele său 4 ani. Aflați ce vârstă are fiecare acum.
4. Se consideră mulțimea $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^{2009} < x < 2^{2010}\}$.
 - a) Aflați numărul elementelor mulțimii A.
 - b) Aflați cel mai mic număr natural prim, mai mare decât 3, care divide suma primilor 2009 termeni din mulțimea A.
5. Se notează cu a suma ultimilor 22 numere naturale impare consecutive de două cifre și cu b suma primelor 33 numere naturale pare consecutive de două cifre. Comparați a cu b.
6.
 - a) Cele 6 fețe ale unui cub se numerotează arbitrar cu numere de la 1 la 6. Se poate face o numerotare astfel încât suma numerelor de pe fiecare din cele trei fețe care au un vârf comun să fie aceeași pentru toate vârfurile?
 - b) Cele 12 muchii ale unui cub se numerotează arbitrar cu numere de la 1 la 12. Se poate face o numerotare astfel încât suma numerelor de pe fiecare din cele trei muchii care au un vârf comun să fie aceeași pentru toate vârfurile?
7. Se consideră mulțimea tuturor numerelor naturale care împărțite la 101 dau câtul egal cu restul. Arătați că dublul sumei elementelor acestei mulțimi se poate scrie ca produsul a trei numere naturale consecutive.
8. La un magazin s-au adus 185 l de lapte, în bidoane de 10 l și 17 l. Câte bidoane au fost necesare? Justificați răspunsul.
9. În școala noastră jumătate din elevi sunt băieți. Jumătate din elevi sunt înscriși la ciclul primar iar restul la ciclul gimnazial. Arătați că numărul de băieți de la gimnaziu este egal cu numărul de fete din ciclul primar.
10. Într-o zi, la clasele a V-a, numărul elevilor absenți a fost egal cu $\frac{1}{13}$ din numărul elevilor prezenți. A doua zi, numărul de elevi absenți a scăzut cu 1. Astfel, numărul elevilor absenți a fost egal cu $\frac{1}{20}$ din numărul elevilor prezenți. Determinați numărul total de elevi din clasele a V-a.