Centrul de Excelență
Clasa a V –a

Mulțimi

1) Se consideră mulțimea $A = \{x \in N \mid 2^{2014} \le x \le 2^{2015}\}$.
   a) Aflați cardA;
   b) Arătați că diferența dintre cel mai mic și cel mai mare element al mulțimii A este pătrat perfect.

2) La Jocurile Olimpice de Iarnă, România participă cu o echipă de 25 de sportivi care vor concura la probele de biatlon, patinaj și schi. Se știe că:
   a) 5 sportivi nu participă nici la biatlon, nici la patinaj, 3 sportivi nu participă nici la patinaj, nici la schi, 4 sportivi nu participă nici la schi, nici la biatlon;
   b) la oricare 2 din cele 3 probe participă câte 5 sportivi.
   Determinați câți sportivi din echipa României participă la toate cele trei probe sportive.

3) Se dau mulțimile $A = \{x \in N \mid x = 2k + 5, k \in N\}$ și $B = \{y \in N \mid y = n^2 + n, n \in N\}$, în care elementele sunt ordonate crescător.
   a) Arătați că $2015 \in A \setminus B$;
   b) Găsiți cel de-al 2014-lea element al mulțimii A;
   c) Arătați că cele două mulțimi sunt disjuncte.

4) Se dă mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, \ldots, 101\}$. Să se determine câte submulțimi ale mulțimii A de tipul $M = \{a, b, c, d\}$ au proprietatea că $a + b = c + d = 101$.

5) Fie mulțimea $A = \{2k + 1 \mid k \in \{0, 1, 2,3, \ldots, 168\}\}$.
   a) Calculați suma elementelor mulțimii A;
   b) Există 13 submulțimi ale mulțimii A, disjuncte două câte două, astfel încât fiecare submulțime să conțină 13 elemente și suma unor elemente din submulțime să fie egală cu suma celorlalte elemente din submulțime?

6) Mulțimile A și B au același număr de elemente și sunt formate din numere naturale consecutive. Aflați cele două mulțimi știind că $A \cap B=\{16\}$ și suma elementelor celor două mulțimi este 160.

7) Determinați mulțimile A și B știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:
   a) $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$;
   b) $A \Delta B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$, unde $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ (diferența simetrică);
   c) Suma elementelor mulțimii A este pătrat perfect.

8) Se dau mulțimile: $A_1 = \{1\}$; $A_2 = \{2; 3\}$; $A_3 = \{4; 5; 6\}$; $A_4 = \{7; 8; 9; 10\}$; …
   a) Determinați cel mai mic și cel mai mare element al mulțimii A_{2014};
   b) Determinați mulțimea care conține numărul 2014.

9) Fiind date mulțimile $A = \{a^{b^c} \mid a, b, c \in \{1,2,3\}\}$ și $B = \{(a^b)^c \mid a, b, c \in \{1,2,3\}\}$. Determinați $A \Delta B$.

10) Determinați mulțimile A și B știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:
   a) $A \setminus B = \{0; 7\}$
   b) $B \setminus A = \{3; 9\}$
   c) $card\,(A \cap B) = 3$
   d) Suma elementelor mulțimii $A \cup B$ este 29.