

Probleme de olimpiadă

- În vacanța de iarnă s-a organizat o excursie la care au participat 814 elevi. Transportul a fost asigurat cu mai multe tipuri de autocare care aveau 20, 36, 42 și 48 de locuri. Numărul autocarelor cu 36 de locuri este dublu față de numărul celor cu 42 de locuri. Alegerea autocarelor a fost făcută astfel încât încât în nicio mașină să nu rămână locuri libere, să fie folosite toate cele 4 tipuri de autocare și numărul total al acestora să fie cât mai mic posibil. Stabiliți câte autocare din fiecare fel au fost folosite pentru transportul elevilor.
- Pentru $n \in \mathbf{N}$, n număr impar, se consideră numerele:

$$S_1 = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n, \quad S_2 = n - (n - 1) + \dots + 5 - 4 + 3 - 2 + 1$$
 - Să se determine $n \in \mathbf{N}$, știind că $S_1 = 2006 \cdot S_2$
 - Să se arate că $2 \cdot (S_1 + S_2)$ este pătrat perfect.
- Se consideră un număr natural de 5 cifre distincte care are prima cifră 1. Se ia prima cifră a numărului și se mută la sfârșitul numărului considerat. Astfel, se obține un număr natural de 3 ori mai mare decât primul. Aflați numărul inițial.
- Determinați numărul \overline{abc} astfel încât $2^0 \cdot a^3 + 2^1 \cdot b^3 + 2^2 \cdot c^3 = 66$
 - Determinați numărul \overline{abc} astfel încât $6a + 7b + 8c = 678 - 9a^3$.
- Prin împărțirea numerelor naturale \overline{ab} , \overline{bc} , \overline{ca} , scrise în baza 10, la același număr natural, se obțin câturile b , c , respectiv a , și resturile c , a , respectiv b . Aflați împărțitorul și arătați că numărul \overline{abc} este divizibil cu 111.
- Calculați:
 - $1 + 2 - 3 + 4 + 5 - 6 + 7 + 8 - 9 + \dots + 2002 + 2003 - 2004 + 2005 + 2006$
 - $a + 4b + 3c$, știind că $a + b = 100$ și $b + c = 200$.
- La un concurs de matematică, din 40 de elevi, 25 au rezolvat prima problemă, 30 a doua problemă, 35 a treia problemă, iar 33 a patra problemă. Arătați că cel puțin 3 elevi au rezolvat toate cele 4 probleme.
- Diferența a două numere naturale este 2006. Dacă se dublează unul dintre numere, atunci diferența devine 1003. Aflați numerele.
 - Produsul a două numere naturale este 420. Dacă se mărește unul dintre numere cu 3, atunci produsul devine 483. Aflați numerele.
- Calculați suma $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2007 - 2 - 4 - 6 - 8 - \dots - 2006$
 - Rezolvați ecuația $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = 120, x \in \mathbf{N}$.
- La un concurs de matematică au participat 10 elevi care au obținut punctaje diferite între ei și au fost premiați toți. Fiecare este premiat cât următorii doi din clasament. Dacă al patrulea a primit 50 lei, iar al șaselea a primit 19 lei, cât au primit :
 - primul clasat ?
 - toți concurenții ?
- La un test cu 30 de întrebări, pentru fiecare răspuns corect se acordă 10 puncte, pentru fiecare răspuns greșit se scad 5 puncte, iar pentru o întrebare la care nu s-a răspuns se acordă 0 puncte. Un elev a obținut 250 de puncte. Câte răspunsuri corecte a dat elevul ?