Centrul de Excelenţă
Clasa a V –a

Teorema împărțirii cu rest. Puteri. Pătrate perfecte

1. La împărţirea a două numere naturale se obţine câtul 79 şi restul 10. Suma dintre deîmpărţit şi împărţitor este 2010. Aflaţi numerele.

2. Împărţind numărul natural *a* la numărul natural *b* obţinem câtul *c* şi restul *c*. Determinaţi câtul şi restul împărţirii lui *a* la (*b* + 1).

3. Să se determine restul împărţirii numărului 15! + 2000 la 150, unde $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$.

4. Împărţind numărul natural *n* la 72 obţinem restul 64. Ce rest obţinem dacă împărţim pe *n* la 18 ?

5. Într-o împărţire de două numere naturale câtul este 33 şi restul 11. Ştiind că suma dintre deîmpărţit şi împărţitor este 555, să se afle cele două numere.

6. Să se arate că numărul $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + (2n + 1)$ este pătrat perfect, oricare ar fi numărul natural n.

7. Fie numărul
   $N = 1011 + 1012 + 1013 + \ldots + 2009 + 2010 - 11 - 12 - 13 - \ldots - 1005 - 1010.$
   Arătaţi că N este pătrat perfect.

8. Arătaţi că numărul $A = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \ldots + 3^{2005} + 3^{2006}$ nu este pătrat perfect.

9. Arătaţi că numărul
   $A = 2000^{2000} + 2001^{2001} + 2002^{2002} + 2003^{2003} + 2004^{2004} + 2005^{2005}$ nu este pătrat perfect.

10. Fie numerele $A = 10 \cdot 3 + 10 \cdot 3^2 + 10 \cdot 3^3 + \ldots + 10 \cdot 3^{2010} + 100$ şi
    $B = (3 + 3^2 + 3^3 + \ldots + 3^{2010}) \cdot (3 + 3^2 + 3^3 + \ldots + 3^{2010} + 10).$
    Arătaţi că A + B este pătrat perfect

11. Se dau numerele $x = 1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + \ldots + 2007 \cdot 2008 + 2009 \cdot 2010$ şi $y = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots + 2007^2 + 2009^2$. Să se determine numărul natural n pentru care $n^2 = x - y$.

12. Fie suma $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \ldots + 2^{2009} + 2^{2010}$. Arătați că $S = 2^{2011} - 1$.

13. Calculaţi $10^{2010} - 9 \cdot 10^{2009} - 9 \cdot 10^{2008} - 9 \cdot 10^{2007} - \ldots - 9 \cdot 10^2 - 9 \cdot 10 - 9$.