

Divizibilitate

- 1) Arătați că numărul $n = 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2010}$ este divizibil cu 19.
- 2) Arătați că numărul $n = 8 + 8^2 + 8^3 + \dots + 8^{888}$ este divizibil cu 73.
- 3) Arătați că numărul $A = 1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2003}$ este divizibil cu 7 și cu 15.
- 4) Arătați că numărul $A = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 2^{2008}$ este divizibil cu 120.
- 5) Arătați că numărul $n = 3^{40} - 2^{40}$ este divizibil cu 5.
- 6) Arătați că un număr de 6 cifre de forma \overline{abaaba} este divizibil cu 1001.
- 7) Fie numărul $n = \overline{abcd}$. Să se arate că dacă $4 \cdot \overline{ab} = \overline{cd}$, atunci n se divide cu 13.
- 8) Fie numărul $p = \overline{a\underbrace{000\dots 0}_n b} - \overline{ab}$, unde $n \in \mathbf{N}$, $n \geq 1$. Arătați că p este divizibil cu 45.
- 9) Arătați că numărul $n = \overline{abcabc}$ este divizibil cu 7, 11 și 13.
- 10) Fie numărul $p = 2^{2n+1} \cdot 5^{2n+3} - 1$, unde $n \in \mathbf{N}$. Arătați că p este divizibil cu 3.
- 11) Să se arate că numerele naturale de forma $n = \overline{abbab} - 2b$ sunt divizibile cu 7.
- 12) Demonstrați că dacă $23 \mid \overline{5a6b}$, atunci numărul $\overline{a0b92}$ este divizibil cu 23.
- 13) Demonstrați că $7 \mid \overline{abc}$ dacă și numai dacă $7 \mid (\overline{bc} + 2a)$.
- 14) Determinați toate numerele de forma \overline{abc} divizibile cu 5, știind că împărțind \overline{abc} la \overline{bc} se obține câtul 7 și restul 20.
- 15) Demonstrați că numărul $A = 3^{4n+k} - 3^k$ este divizibil cu 30, oricare ar fi $n, k \in \mathbf{N}^*$.
- 16) Arătați că numărul $n = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$ este divizibil cu 37.
- 17) a) Să se arate că diferența dintre un număr natural și suma cifrelor sale este divizibilă cu 9.
b) Găsiți cel mai mic număr natural care este mai mare decât suma cifrelor sale de 2005 ori.
- 18) Arătați că numerele $n = \overline{a0b} + \overline{b0a} + \overline{ab0} + \overline{ba0}$ sunt divizibile cu 211, oricare ar fi cifrele nenule a și b .