Centrul de Excelenţă
Clasa a VI –a

Divizibilitate

1. Calculaţi suma numerelor naturale de trei cifre divizibile cu 5, care nu sunt divizibile cu 2.

2. Fie $N = 1 + 2015 + 2015^2 + 2015^3 + ... + 2015^{2015}$. Arătaţi că:
   a) N este divizibil cu 2016;
   b) N:2016 este par.

3. Stabiliţi dacă numărul $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 + 2007$ este prim sau compus.

4. Determinaţi numerele prime care verifică egalitatea $2a + 3b + 4c = 32$.

5. Să se determine numerele naturale de forma $\overline{ab}$, ştiind că numerele de forma $\overline{aab}$, $\overline{aba}$ şi $\overline{baa}$ sunt simultan prime.

6. Fie x şi y numere naturale. Arătaţi că:
   a) Dacă $(3x+5y) \vdots 13$, atunci $(33x+55y) \vdots 13$
   b) Dacă $(3x+5y) \vdots 13$ atunci $(16x+18y) \vdots 13$
   c) $(3x+5y) \vdots 13$ dacă şi numai dacă $(7x+3y) \vdots 13$

7. Arătaţi că numărul $N = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \ldots + 2^{2003} + 2^{2004}$ este divizibil cu 15.

8. Fie numărul
   $N = 1007 + 1008 + 1009 + \ldots + 2004 + 2005 - 8 - 9 - 10 - \ldots - 1005 - 1006$.
   a) Arătaţi că N este pătrat perfect
   b) Arătaţi că N este divizibil cu 111^2.

9. Se consideră numărul $a = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \ldots + 5^{2005} + 5^{2006}$. Arătaţi că numărul $b = 4 {}^* 5^{2007} + 4a + 1$ este pătrat perfect.

10. Aflaţi pătratele perfecte de forma $\overline{aabb}$.

11. Determinaţi toate numerele de trei cifre care au exact 3 divizori.

12. Există numere naturale p prime astfel încât $n = p^{2015} + 7$ să fie prim? (justificaţi răspunsul)