Centrul de Excelenţă
Clasa a VI –a

Divizibilitate

1. Aflați numerele naturale de forma $\overline{abcd}$ divizibile cu 36 știind că prin împărțire la 5 dau restul 2 și a – d = 4.
2. Dacă $2^a \cdot 2^b = 2^{2011}$, a, b $\in$ **N*** și știind că 2011 este un număr prim, arătați că a și b sunt numere prime între ele.
3. Determinaţi toate numerele de forma $\overline{abba}$ cu a, b numere prime, astfel încât $\overline{abba} + a^b + b^a + 1$ să fie număr par.
4. Se consideră mulțimea A = {3; 8; 13;18; 23;...;98; 103}. Fie S suma elementelor din A care nu sunt divizibile cu 3. Arătați că S este divizibilă cu 3.
5. Fie numerele naturale a = 2n + 3; b = 3n + 4; c = 4n + 9.
   a) Arătați că (a + c)(c – a) $\vdots$ 24.
   b) Arătați că a și b sunt numere prime între ele, oricare ar fi numărul natural n.
   c) Există numere naturale n pentru care c $\vdots$ b? Justificați răspunsul.
6. Se consideră numerele $\overline{a1b3}$, $\overline{b4c6}$ și $\overline{c7a9}$, unde a, b, c sunt cifre nenule. Dacă fiecare din cele trei numere este divizibil cu 3, să se arate că și numărul $\overline{abc}$ este divizibil cu 3.
7. Se consideră șirul de numere x_1 = 121, x_2 = 1221, x_3 = 12221, …, $x_{100} = 1\underbrace{22\ldots2}_{100 \text{ de } 2}1$.
   a) Să se determine câte numere divizibile cu 3 sunt în șirul dat
   b) Să se demonstreze că toate numerele din șir sunt compuse.
8. a) Fie p un număr prim mai mare decât 6. Aflați ultima cifră a lui p^4.
   b) Aflați numerele p și q știind că $p^4 + q^4$ =29186.
9. Demonstrați că numărul
   $A = 2015 \cdot 2014 - 2014 \cdot 2013 + 2013 \cdot 2012 - 2012 \cdot 2011 + ... + 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1$ este divizibil cu 2014.
10. Determinaţi numerele prime care verifică egalitatea 2a + 3b + 4c = 32.
11. Există numere naturale p prime astfel încât $n = p^{2011} + 7$ să fie prim? Justificaţi răspunsul.
12. Care sunt numerele prime p și r pentru care avem $p + p^2 + p^3 + r + r^2 + r^3 = 2393$?
13. Determinaţi toate numerele de trei cifre care au exact 3 divizori.
14. Determinaţi numărul natural n știind că c.m.m.d.c. al numerelor 3n + 7 și 2n + 6 este n + 1.