Centrul de Excelenţă
Clasa a VII –a

Asemănarea triunghiurilor

1. Fie ABC un triunghi isoscel cu AB = AC. O dreaptă perpendiculară pe BC intersectează (BC), (CA) şi AB în D, E, F. Dacă M este mijlocul segmentului (BC), demonstraţi că:
   a) AE = AF
   b) $AE\cdot BC = 2AB\cdot DM$

2. Bisectoarele unghiurilor A şi D ale paralelogramului ABCD intersectează diagonalele (BD) şi (AC) în M, respectiv N. Demonstraţi că MN || AD.

3. În triunghiul isoscel ABC, AB = AC = b şi BC = a. Fie (BE bisectoarea unghiului $\angle ABC$, $E \in (AC)$ şi EF || BC, $F \in (AB)$. Calculaţi lungimea segmentului [EF].

4. O secantă intersectează laturile unui unghi XOY de măsură 120° în punctele A şi B, iar bisectoarea acestui unghi în punctul C. Demonstraţi că $\frac{1}{OC}=\frac{1}{OA}+\frac{1}{OB}$.

5. În triunghiul isoscel ABC cu $[AB] \equiv [AC]$, fie D mijlocul segmentului [BC], E simetricul lui D faţă de AC şi F proiecţia lui B pe [AC]. Dreapta EF intersectează latura [AB] în G. Demonstraţi că triunghiurile ABC şi BGD sunt asemenea.

6. Se dă un triunghi ABC cu $m(\angle BAC)=90^0$ şi $AD\perp BC$, $D\in(BC)$. Bisectoarea unghiului $\angle ABC$ intersectează AD în E, iar bisectoarea unghiului $\angle DAC$ intersectează (DC) în F. Să se arate că $AC = 3EF \Leftrightarrow m(\angle ABC) = 60°$.

7. Pe laturile (AB) şi (AC) ale triunghiului ABC se iau punctele M şi N astfel încât BM = CN. Să se arate că PQ || AD, unde P şi Q sunt mijloacele segmentelor (MN), respectiv (BC), iar (AD este bisectoarea unghiului $\angle BAC$, $D\in(BC)$.

8. Paralela la bazele unui trapez dusă prin punctul de intersecţie al diagonalelor intersectează laturile neparalele în M şi P. Să se calculeze lungimea segmentului MP în funcţie de bazele trapezului.

9. Fie O un punct interior triunghiului ABC. Paralela prin O la BC intersectează pe AB în S şi pe AC în P, paralela prin O la AC intersectează pe BC în N şi pe AB în R, paralela prin O la AB intersectează pe AC în Q şi pe BC în M.
   Demonstraţi că:
   a) $\frac{MN}{BC}+\frac{PQ}{AC}+\frac{RS}{AB}=1$
   b) Dacă $\frac{MN}{BC}=\frac{PQ}{AC}=\frac{RS}{AB}$, atunci O este centul de greutate al triunghiului ABC.