Centrul de Excelenţă
Clasa a VII –a

Probleme recapitulative

1. În triunghiul isoscel ABC cu AB = AC fie E $\in$ (BC) astfel încât $\frac{CE}{BC} = \frac{2}{3}$. Paralela prin E la AB intersectează pe (AC) în D, iar perpendiculara în E pe BC intersectează pe (AB) în F. Să se arate că:
   a) ΔDEC este isoscel
   b) ΔAFD este isoscel.

2. Fie [BM] şi [CP] mediane în triunghiul ABC iar D şi E puncte pe semidreptele (BM, respectiv (CP astfel încât BM = MD şi CP = PE.
   a) Să se arate că $\Delta APE \equiv \Delta BPC$ şi $\Delta AMD \equiv \Delta CMB$
   b) Să se arate că punctele A, D, E sunt coliniare.

3. Pe laturile [AB] şi [AC] ale triunghiului echilateral ABC se consideră punctele M, respectiv N astfel încât [AM] $\equiv$ [CN]. Calculaţi măsura unghiului BOC, unde $\{O\} = BN \cap MC$.

4. În exteriorul triunghiului oarecare ABC cu $m(\angle A) \neq 90°$ se consideră triunghiurile dreptunghice isoscele ABN şi ACM de ipotenuze [BN], respectiv [CM].
   Să se arate că:
   a) $\Delta ANC \equiv \Delta ABM$
   b) $BM \perp NC$.

5. În triunghiul ABC se prelungeşte înălţimea [BD] dincolo de B cu BB’ = AC, apoi înălţimea [CE] dincolo de C cu CC’ = AB. Să se arate că:
   a) ΔABB’ $\equiv$ ΔACC’
   b) AB’ $\perp$ AC’

6. În triunghiul ABC, fie F $\in$ (BC). Paralela prin B la AF intersectează pe AC în E. Să se arate că [AB] $\equiv$ [AE] dacă şi numai dacă [AF este bisectoarea unghiului $\angle$BAC.

7. Fie triunghiul echilateral ABC și M mijlocul laturii [BC]. N simetricul punctului M față de AC, iar P simetricul punctului N față de BC.
   a) Demonstrați că AMPN este romb.
   b) Dacă BB’ și CC’ sunt înălțimi în triunghiul ABC, B’$\in$ [AC] și C’$\in$ [AB], demonstrați că dreptele CC’, MB’și BN sunt concurente.

8. În triunghiul dreptunghic ABC cu $m(\angle BAC) = 90°$, M este mijlocul ipotenuzei [BC] și BD $\perp$ AM, D $\in$ (AM). Demonstrați că $m(\angle ACB) = 30°$ dacă și numai dacă BM = 2MD.