Centrul de Excelenţă
Clasa a VIII –a

Dreapta perpendiculară pe plan. Calcul de distanțe

1) Se dă un trapez isoscel ABCD cu AB || CD, AD = BC = CD = a și m∠(BDC) = 30°. Fie O punctul de intersecție al diagonalelor trapezului și OM ⊥ (ABC), $OM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.Calculați distanțele de la punctul M la laturile trapezului.

2) Se dau patru puncte necoplanare A, B, C și O astfel încât OA ⊥ OB ⊥ OC ⊥ OA și OA = a, OB = b, OC = c. Fie OH ⊥ (ABC), H ∈ (ABC).
a) Calculați S_{ABC} și arătați că $(S_{ABC})^2 = (S_{AOB})^2 + (S_{BOC})^2 + (S_{AOC})^2$;
b) Demonstrați că H este ortocentrul triunghiului ABC;
c) Calculați OH.

3) Se dă un triunghi dreptunghic ABC cu m∠(BAC) = 90° și un punct M exterior planului (ABC) astfel încât MB ⊥ AB și MC ⊥ AC. Fie N și P mijloacele segmentelor AM, respectiv BC. Demonstrați că NP ⊥ (ABC).

4) În vârful A al dreptunghiului ABCD se ridică perpendiculara pe planul dreptunghiului pe care se ia un punct M. Ducem AP ⊥ BM și AQ ⊥ DM, unde P ∈ BM și Q ∈ DM. Demonstrați că PQ ⊥ MC.

5) Pe planul patratului ABCD cu latura de 6 cm se ridică perpendiculara MB, MB = 6 cm. Fie E ∈ (AD), astfel încât DE = 2 cm.
a) Demonstrați că AC ⊥ MD;
b) Aflați distanța dintre dreptele AC și MD;
c) Aflați distanța de la punctul M la dreapta EC.

6) Se dau patru puncte necoplanare A, B, C și D. Fie M și N mijloacele segmentelor AB și CD, iar G centrul de greutate al triunghiului ABC. Demonstrați că:
a) Punctele D, G, M, N sunt coplanare;
b) dreapta DG trece prin mijlocul segmentului MN;
c) Dacă AC = AD = BC = BD, atunci MN ⊥ CD, MN ⊥ AB și AB ⊥ CD.

7) Se consideră un triunghi echilateral ABC și D un punct exterior planului (ABC) astfel încât AD = BD = CD.
a) Demonstrați că AD ⊥ BC, BD ⊥ AC și CD ⊥ AB;
b) Știind că AB = 6 cm, determinați lungimea segmentului AD astfel încât distanța de la punctul D la planul (ABC) să fie de 6 cm.

8) Pe planul rombului ADCD cu AB = a şi m∠(ADC) = 120° se duce perpendiculara DE, DE = $a\sqrt{2}$. Determinaţi:
a) d(A; (EDB))
b) d(E; AC)
c) d(D; (ACE))