

Poliedre – probleme recapitulative

1. Se dă o piramidă regulată  $VABCD$  cu latura bazei de 18 cm și secțiunea diagonală echivalentă cu baza. Aflați:
  - a) Aria laterală și volumul piramidei
  - b) Sinusul unghiului diedru format de două fețe laterale alăturate
  - c) Poziția unui punct  $M$  situat pe  $VC$  astfel încât aria triunghiului  $MBD$  să fie minimă.
2. Se consideră cubul  $ABCD A'B'C'D'$  de muchie  $a$ . Fie  $G$  centrul de greutate al triunghiului  $A'BD$ .
  - a) Demonstrați că  $A, G, C'$  sunt coliniare
  - b) Calculați valoarea sinusului unghiului format de dreapta  $C'D$  cu planul  $(A'BD)$ .
  - c) Calculați volumul piramidei  $A'BC'D$ .
3. Se consideră piramida regulată  $VABCD$  cu  $VA = AB = 6$  cm.
  - a) Arătați că  $VB \perp VD$
  - b) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de planele  $(VAB)$  și  $(VCD)$
  - c) Aflați măsura unghiului format de dreapta  $AB$  cu planul  $(VAC)$ .
4. Piramida regulată  $VABC$  are latura bazei de 6cm, iar măsura unghiului diedru format de o față laterală cu planul bazei este de  $60^\circ$ .
  - a) Determinați poziția punctului  $M$  pe muchia  $VA$  astfel încât aria triunghiului  $MBC$  să fie minimă
  - b) Demonstrați că  $VA \perp (MBC)$
  - c) Calculați valoarea cosinusului unghiului diedru format de planele  $(MBC)$  și  $(ABC)$ .
5. Se dă tetraedrul regulat  $ABCD$ . Fie  $AO \perp (BCD)$ ,  $P$  proiecția punctului  $O$  pe  $AB$  și  $PB = 4$  cm.  $N$  este un punct situat pe înălțimea  $AO$  la distanțe egale de toate fețele tetraedrului  $ABCD$ .
  - a) Calculați  $AB$
  - b) Calculați  $NO$ .
6. Fie prisma triunghiulară regulată  $ABCA'B'C'$  cu  $AB = a$  și  $m(\sphericalangle(BC'; A'C)) = 90^\circ$ .
  - a) Calculați lungimea muchiei  $AA'$
  - b) Calculați aria totală și volumul prisme.
7. Se dă o piramidă regulată  $SABC$  cu  $SA = 5\sqrt{2}$  cm. Știind că  $M$  este mijlocul laturii  $BC$  și măsura unghiului  $ASM$  este de  $90^\circ$ , calculați:
  - a) Aria totală și volumul piramidei
  - b) Distanța de la  $M$  la planul  $(SAB)$
  - c) Măsura unghiului format de planele  $(SAM)$  și  $(SAB)$ .