OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALA – 9 FEBRUARIE 2013

Clasa a VIII-a

Problema 1. a) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $[x+1]+\left[x+\frac{1}{2}\right]=\frac{2x+3}{2}$.

Gheorghe Fianu, Perișoru

b) Fie $n\in\mathbb{N}^*$ și $x_1,x_2,x_3,........x_n\in\{-2013;2013\}$. Să se determine mulțimea numerelor naturale n pentru care este adevărată egalitatea $x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+........+x_{n-1}x_n+x_nx_1=0$.

Lucian Ioniță, Călărași

Problema 2. Dacă $a,\ b,\ c\in\mathbb{R},\ \ a\neq b$ cu proprietatea $a^2(b+c)=b^2(a+c)=2013$, demonstrați că $b^2(a+c)=2013$.

Gheorghe Stoianovici, Călărași

Problema 3. Fie $a>0$ și piramida patrulateră regulată $SABCD$ în care muchia bazei are lungimea a și lungimea înălțimii piramidei este $2a$. Daca M este mijlocul laturii $[BC]$ și măsura unghiului dintre dreapta SB și planul (SAB) este α, aflați:

a) distanța de la punctul S la dreapta DM;

b) lungimea proiecției segmentului $[SM]$ pe dreapta SD;

c) $\mathrm{tg}\alpha$.

Sorin Furtună, Călărași și Stelică Pană, Chirnogi

Problema 4. Dacă $[ABCD;A_1B_1C_1D_1]$ este un paralelipiped dreptunghic, O centrul feței $ABCD$, Q centrul feţei ADD_1A_1, α măsura unghiului dintre planele (DA_1C_1) și (DA_1B) atunci:

a) Demonstraţi că paralelipipedul dreptunghic este cub dacă şi numai dacă $QC_1\perp DA_1$ şi $OA_1\perp BD$.

b) Calculaţi $\sin\alpha$.

Gheorghe Fianu, Perișoru

SUCCES!

Baremul de notare este: Problema 1. a) 4 puncte; b) 3 puncte; **Problema 2. 7** puncte; **Problema 3.** a) 3 puncte; b) 2 puncte; c) 2 puncte; **Problema 4. a**) 4 puncte; b) 3 puncte.

Str. Sloboziei, nr. 28, 910001
Mun. Călăraşi, Jud. Călăraşi
Tel: +40 0242 315 949
Fax: +40 0242 312 810
www.isj.cl.edu.ro