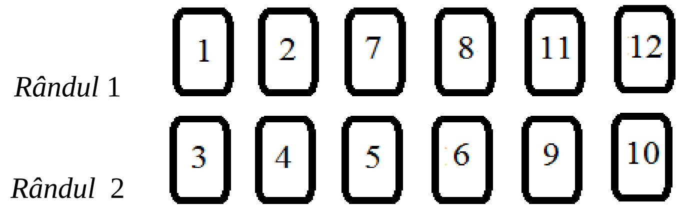
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALA – 15 FEBRUARIE 2015

Clasa a V-a

Problema 1. Douăsprezece jetoane, pe care sunt scrise numerele de la 1 la 12, sunt așezate pe două rînduri, ca în desenul alăturat. Dacă prin mutarea unui jeton de pe *Rândul* 1 pe *Rândul* 2 și aducerea în locul lui a unui jeton de pe *Rândul* 2 suma numerelor scrise pe jetoanele din *Rândul* 1 este egală cu suma numerelor scrise pe jetoanele din *Rândul* 2 schimbul se numește *magie*.



a) Dă un exemplu de *magie*.

b) Câte *magii* se pot face? (Justifică răspunsul)

Marin Neață și Eugen Predoiu, Călărași

Problema 2. La începutul clasei a V-a Adrian întîmpina dificultăți la scrierea numerelor naturale și din acest motiv a avut ca temă să scrie toate numerele impare de la 1 la 2015. Cum tema a fost plictisitoare, el a scris numerele folosind culorile verde, galben, albastru, mov, roșu după următoarea regulă: numărul 1 cu verde, numerele 3 și 5 cu galben, numerele 7, 9 și 11 cu albastru, numerele 13, 15, 17 și 19 cu mov și numerele 21, 23, 25, 27 și 29 cu roșu; apoi a repetat regula până când a scris toate numerele.

a) Cu ce culoare a scris numărul 59?

b) Cu ce culoare a scris numărul 2015? (Justifică răspunsul)

c) Câte numere a scris folosind culoarea roșie? (Justifică răspunsul)

Adriana Olaru, Călărași

Problema 3. Un număr $\overline{abcd}$, în baza 10, se numește *rarisim* dacă este format din cifre nenule, distincte două câte două și $b=a+c+d$.

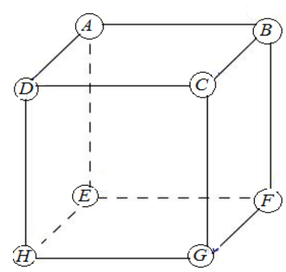
a) Scrie un număr *rarisim*.

b) Calculează diferența dintre cel mai mare și cel mai mic număr *rarisim*. (Justifică răspunsul)

c) Câte numere *rarisime* există? (Justifică răspunsul)

Sorin Furtună, Călărași

Problema 4. Fiecare literă scrisă în vârfurile cubului din figura alăturată este înlocuită cu un număr natural de la 0 la 7, astfel încât oricăror două litere diferite să li se atribuie numere diferite. Se atribuie fiecărei fețe a cubului numărul egal cu suma numerelor atribuite vârfurilor care o determină (*de exemplu dacă litera A se înlocuiește cu 1, B cu 2, C cu 3, D cu 0, E cu 5 și F cu 7, atunci feței ABCD i se atribuie numărul* $6=1+2+3+0$ *și feței ABFE i se atribuie numărul* $15=1+2+5+7$). Să se arate că există patru fețe cu suma numerelor atribuite egală cu 56.



Adriana Constantin, Călărași

SUCCES!

Baremul de notare este: Problema 1. a) 4 puncte; **b)** 3 puncte; **Problema 2. a**) 3 puncte; **b)** 2 puncte; **c)** 2 puncte; **Problema 3. a**) 3 puncte; **b)** 2 puncte; **c)** 2 puncte; **Problema 4.** 7 puncte.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALA – 15 FEBRUARIE 2015

Clasa a VI-a

Problema 1. Fie mulțimea $A=\left\{n\in\mathbb{N}^* \middle| n<100\right\}$.

a) În câte moduri se poate scrie numărul 2015 ca suma unor numere naturale consecutive. (Justificați răspunsul)

b) Câte submulțimi, care au elemente numere naturale consecutive și suma elementelor din submulțime este 2015, admite mulțimea A ? (Justificați răspunsul)

Camelia Iordache și Sorin Furtună, Călărași

Problema 2. Fie mulțimea $M=\left\{n\in\mathbb{N}^* \middle| n<4999\right\}$ și afirmațiile:

A. „x este cel mai mare element al mulțimii M care are exact patru divizori”

B. „x este cub perfect”

C. „ x este divizibil cu 263”

Determinați numărul x dacă știți că din cele trei afirmații două sunt adevărate și una este falsă. (Justificați răspunsul)

Stelică Pană, Olteniţa

Problema 3. Fiecare literă scrisă în cuvântul *MATEMATICA* este înlocuită cu o cifră nenulă, astfel încât oricăror două litere diferite să li se atribuie cifre diferite și literelor care coincid aceeași cifră.

a) Care este cea mai mare valoare pe care o poate lua numărul $a=\dfrac{M\cdot A\cdot T\cdot E\cdot M}{A\cdot T\cdot I\cdot C\cdot A}$?

b) Dacă nu se folosesc cifrele 7, 8 și 9, găsiți numărul variantelor de înlocuire a literelor cuvîntului *MATEMATICA* cu cifre.

Aurelia Cațaros, Călărași

Problema 4. Fie ABC un triunghi ascuţit unghic şi punctele M, N, P şi Q astfel încât $N\in(AB)$, $M\in(AN)$, $P\in(AC)$ şi $Q\in(BC)$. Dacă $m(\measuredangle ACM)=m(\measuredangle MCN)=m(\measuredangle NCB)$, $m(\measuredangle APM)=m(\measuredangle CPN)$ şi $m(\measuredangle BQN)=m(\measuredangle CQM)$ arătaţi că $PM+PN=QM+QN$.

Viorica Stoianovici, Călăraşi

SUCCES!

Baremul de notare este: Problema 1. a) 4 puncte; **b)** 3 puncte; **Problema 2.** 7 puncte; **Problema 3. a)** 4 puncte; **b)** 3 puncte; **Problema 4.** 7 puncte.

Str. Sloboziei, nr. 28, 910001
Mun. Călărași, Jud. Călărași
Tel: +40 0242 315 949
Fax: +40 0242 312 810
www.isj.cl.edu.ro

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALA – 15 FEBRUARIE 2015

Clasa a VII-a

Problema 1. Dacă știți că pentru numerele $x, y, z \in \mathbb{R}$ sunt adevărate simultan egalitățile $xy(x+y+z)=11$, $yz(x+y+z)=22$ și $zx(x+y+z)=33$, atunci determinați produsul lor xyz.

Adriana Constantin, Călărași

Problema 2. Se consideră triunghiul ABC și punctele $M \in (BC)$, $N \in (AC)$, $P \in (AB)$ astfel încât în triunghiul ABC dreapta AM este mediană, semidreapta $(BN$ este bisectoare și dreapta CP înălțime. Dacă există un punct O cu proprietatea $(AM)\cap(BN)\cap(CP)=\{O\}$, arătați că $BP \le \frac{BA+BC}{4}$.

Gheorghe Fianu, Ștefan cel Mare

Problema 3. Se consideră triunghiul ABC și punctele $F \in (BC)$, $G \in (AC)$, $E \in (AB)$ astfel încât $\frac{AE}{EB}=\frac{BF}{FC}=\frac{CG}{GA}=\frac{1}{4}$. Dacă $(AF)\cap(CE)=\{K\}$, $(AF)\cap(BG)=\{L\}$, $(BG)\cap(CE)=\{M\}$ și aria triunghiul ABC este egală cu 1, calculați aria triunghiul KLM.

Cristina Bornea, Călărași

Problema 4. Fie dreptunghiul $ABCD$ cu proprietatea $AB = 3\cdot BC$. Dacă punctele $M, N \in (AB)$ astfel încât $AM = MN = NB$ și punctele $P, Q \in (CD)$ astfel încât $CP = PQ = DQ$, atunci:

a) Arătați că $m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{BMC}) = m(\widehat{BNC})$.

b) Arătați că centrele de greutate ale triunghiurilor ANC și MNP coincid.

c) Dacă $DG \cap MP = \{S\}, DG \cap AB = \{R\}$ și $QS \cap AB = \{T\}$, demonstrați că $AB = 12\cdot TN$.

Furtuna Sorin, Călărași

SUCCES!

Baremul de notare este: Problema 1. 7 puncte; **Problema 2.** 7 puncte; **Problema 3.** 7 puncte; **Problema 4. a)** 3 puncte; **b)** 2 puncte; **c)** 2 puncte.

Str. Sloboziei, nr. 28, 910001
Mun. Călărași, Jud. Călărași
Tel: +40 0242 315 949
Fax: +40 0242 312 810
www.isj.cl.edu.ro

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALA – 15 FEBRUARIE 2015

Clasa a VIII-a

Problema 1. Dacă $ABCDA'B'C'D'$ este un paralelipiped dreptunghic și d este lungimea diagonalei paralelipipedului, atunci demonstrați că suma pătratelor distanţelor de la orice punct M din interiorul paralelipipedului la feţele acestuia aparține intervalului $\left[\frac{d^2}{2}, d^2\right)$.

Gheorghe Fianu, Ștefan cel Mare

Problema 2. Se consideră piramida triunghiulară regulată $VABC$ (punctul V este vârful piramidei). Dacă punctul M este mijlocul segmentului (BC), măsura unghiului dintre planele (VAB) și (VAM) este α iar $tg\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, atunci arătați că $VABC$ este tetraedru regulat.

Luminița Bucureșteanu, Călărași

Problema 3. Se consideră cubul $ALGEBRIC$ a cărui latură are lungimea $6\ cm$.

a) Calculați distanța dintre dreptele AI și BE.

b) Determinați măsura unghiului dintre planele ALI și AGI.

prof. Relu Ciupea, Oltenița

Problema 4.

a) Găsiți toate numerele naturale nenule k cu proprietatea: $k(2016-k)<(k+1)(2015-k)$.

b) Într-o magazie sunt 2015 cutii numerotate 1, 2, 3, 4,…., 2015. Cutiile conțin bile și numărul bilelor din fiecare cutie este egal cu numărul scris pe cutie. Într-o mutare este posibil să alegem câteva cutii, chiar şi una, şi să scoatem din ele acelaşi număr de bile. Care este cel mai mic număr de mutări necesare pentru a golii toate cutiile..

Cristina Bornea, Călărași

SUCCES!

Baremul de notare este: Problema 1. 7 puncte; **Problema 2.** 7 puncte; **Problema 3. a)** 3 puncte; **b)** 4 puncte; **Problema 4. a)** 3 puncte; **b)** 4 puncte.

Str. Sloboziei, nr. 28, 910001
Mun. Călărași, Jud. Călărași
Tel: +40 0242 315 949
Fax: +40 0242 312 810
www.isj.cl.edu.ro